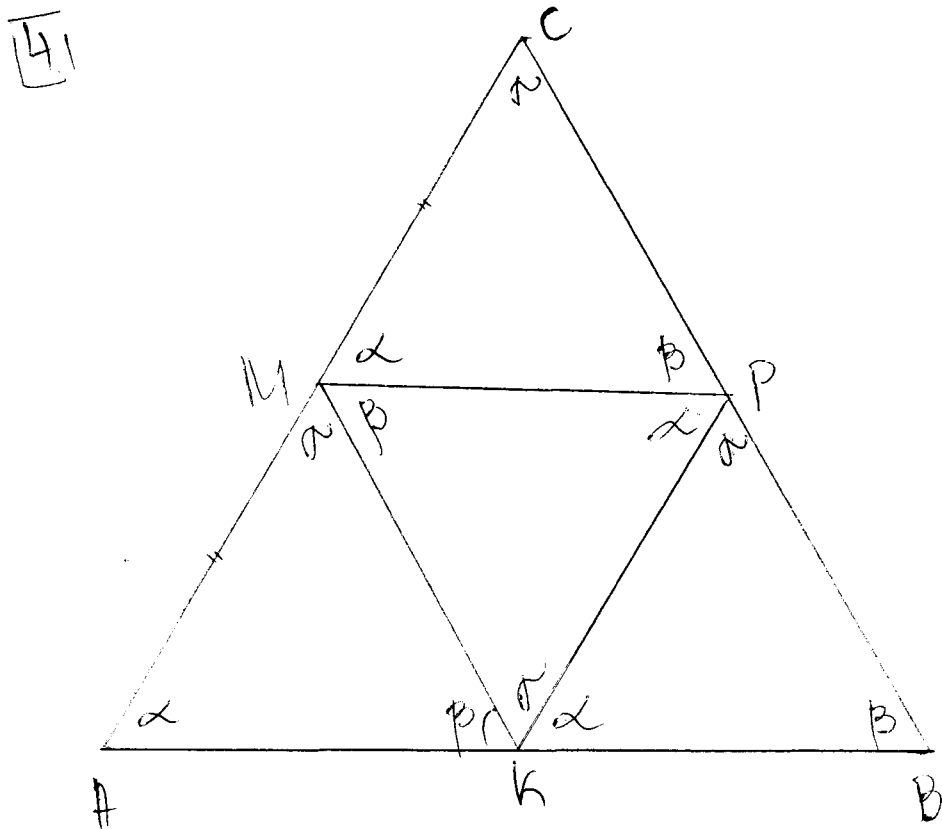




$\triangle ABC$

M - среда на AC
 $R \in BC$

$MP \parallel AB$

За да докажем
 P - среда на BC
 $(CP = BP)$

$$MP = \frac{1}{2} AB$$

Решение:

Построяване правата MP ($M \in AC$)
 - успоредна на BC и правата PK

$Om (MP \parallel AB) \cap AC$

$$\Rightarrow \angle BAC = \angle MPC = \alpha \quad [I]$$

$Om (MP \parallel AB) \cap BC$

$$\Rightarrow \angle ABC = \angle MPR = \beta \quad [I]$$

$Om (MP \parallel BC) \cap MP$

$$\Rightarrow \angle KMP = \angle MPR = \gamma \quad [I]$$

$Om (MP \parallel AB) \cap MP$

$$\Rightarrow \angle AMK = \angle KMP = \gamma \quad [I]$$

Нека $\angle ACB = \gamma$
 и $\gamma > 0$

$\triangle MPR$

$$\alpha + \beta + \gamma = 180$$

$$\gamma = 180 - (\alpha + \beta)$$

$\triangle AMK$

$$\angle AMK = 180 - (\alpha + \beta) = \gamma$$

$\triangle AMK$ и $\triangle MKP$

1) $AM = CK$ (по у-е)

2) $\angle MAK = \angle CKP = \alpha$

3) $\angle AMK = \angle MKP = \beta$

$\Rightarrow \triangle AMK \cong \triangle MKP$ по II-му признаку

теорема. MKPC

1) $MK \parallel BC$ (по г-к.) $\Rightarrow MK \parallel PC$

2) $MK = MP$

$\Rightarrow MKPC$ — равнобедренный $\square$

$\Rightarrow \angle MKP = \angle KMP = \beta$

$\angle MPK + \beta + \beta = 180^\circ$ ($\triangle MKP$)

$\angle MPK = 180^\circ - (\beta + \beta)$

$\triangle AMK$

$\alpha + \beta + \beta = 180^\circ$ ($\square$)

$\alpha = 180^\circ - (\beta + \beta)$

$\Rightarrow \angle MPK = \alpha$

Вм ($MP \parallel AK$) $\cap$ KP

$\Rightarrow \angle PKB = \angle MPK = \alpha$

$$\triangle KPB$$

$$\alpha + \beta + \angle KPB = 180 \quad (1)$$

$$\angle KPB = 180 - (\alpha + \beta)$$

$$\Rightarrow \angle KPB = \gamma$$

$$\triangle AMK$$

$$\alpha + \beta + \gamma = 180 \quad (1)$$

$$\gamma = 180 - (\alpha + \beta)$$

Розглянемо $\triangle KPB$ и $\triangle MCP$

1) $\angle MKC$ - вертикальний

$$\Rightarrow KP = MC$$

2) $\angle KPB = \angle MCP = \gamma$ (по угл.)

3) $\angle PKB = \angle MCP = \alpha$ (по угл.)

$$\Rightarrow \triangle KPB \cong \triangle MCP \text{ по II-му признаку}$$

$$\Rightarrow CP = BP \text{ (кажд. соответ. ел. в } \cong \triangle)$$

$$\Rightarrow \underline{P - \text{середина на } BC.}$$

$$\triangle AMK \text{ и } \triangle MCP - \cong \triangle$$

$$\Rightarrow AK = MP \text{ как соответ. ел. в } \cong \triangle$$

$$\triangle KPB \text{ и } \triangle MCP - \cong \triangle$$

$$\Rightarrow KB = MP \text{ как соответ. ел. в } \cong \triangle$$

$$AK + KB = AB \text{ (по усл.)}$$

$$2MP = AB \text{ (по усл.)}$$

$$\Rightarrow \underline{MP = \frac{1}{2} AB}$$