

7. Нека x_1 и x_2 са корени на квадратното уравнение $x^2+ax+1=0$. Намерете стойностите на параметъра a , за които е изпълнено $x_1^2+x_2^2 \leq 2$.

8. Намерете стойностите на параметъра a , за които неравенството е изпълнено за всяко x :

а) $ax^2+(a-1)x+1>0$;

б) $(a-1)x^2+ax+a+1<0$;

в) $(a-1)x^2+ax+1>0$.

9. Намерете стойностите на параметъра a , за които неравенството $ax^2-4x+3a+1>0$ е изпълнено за всяко реално x .

10. Намерете най-малкото цяло число a , за което неравенството $(a-2)x^2+8x+a+4>0$ е изпълнено за всяко реално x .

❖ 11. Решете параметричното уравнение (a е реален параметър):

а) $x^2+2ax+a^2-a=0$;

б) $3x^2+5x+a=0$;

в) $(a-1)x^2+2x-4=0$;

г) $\frac{2x+a^2-a}{x+1}=2a-x$;

д) $x^4-x^2-a^2+3a-2=0$.

❖ 12. Намерете стойностите на параметъра a , при които неравенството $\frac{2x^2+2x+3}{x^2+x+1} < a$ е изпълнено за всяко x .

13. Намерете най-голямата отрицателна стойност на параметъра a , за която уравнението $5x^2+2ax+5=0$ има два положителни корена.

14. Намерете най-малката положителна стойност на параметъра a , за която уравнението $(a+1)x^2-4ax+a-5=0$ има два положителни корена.

❖ 15. Намерете стойностите на параметъра a , при които корените x_1 и x_2 на уравнението $x^2+(a+2)x+3a+1=0$ са реални и удовлетворяват неравенството $x_1^3+x_2^3 < 5a-2$.

❖ 16. Докажете, че за всяко реално x са изпълнени неравенствата $\frac{5}{2} \leq \frac{20x^2+10x+3}{3x^2+2x+1} \leq 7$.

Упътване. Използвайте, че $3x^2+2x+1>0$ за всяко x .

❖ 17. Намерете най-малката стойност на a и най-голямата стойност на b , за които неравенствата $b \leq \frac{2x^2-x+2}{x^2+1} \leq a$ са изпълнени за всяко x .

18. Основните ръбове на правоъгълен паралелепипед са 15 cm и 6 cm. Намерете височината h на паралелепипеда, ако лицето на повърхнината му не надминава лицето на повърхнината на куб с ръб h .

19. Цената на една стока, която струва 200 лв., се намалява двукратно с един и същ процент. С какъв процент може най-много да се намали цената, така че след второто намаление тя да не е по-малка от 180,50 лв.?

20. Разстоянието между две пристанища на една река е 96 km. Скоростта на течението на реката е 4 km/h. Катер тръгва от едното пристанище, отива до другото и след престой 1 час се връща. Каква най-малко трябва да бъде скоростта на катера в неподвижна вода, за да успее да отиде и се върне за не повече от 11 часа?