

Задача 2

Условие: На черната дъска е записано едно естествено число $n < 100$. На всяка минута на дъската се появяват две нови числа $2m$ и $3m$, където m е някое от написаните вече на дъската числа. След няколко минути се оказало, че сборът на всички написани на дъската числа е 2009. Възможно ли е това? Ако е възможно, кое е било първоначалното число n ?

Решение: Сбора на всички числа на дъската ще е сбор от числото n и от n умножено с двойки и/или тройки. Тогава n ще бъде общ множител и сборът на числата записани на дъската и ще се изрази с произведение на две числа (първото – n ; второто – колко пъти се повтаря n на дъската (в сбора)) равно на 2009. За това разлагам 2009 на прости множители и разбирам, че $2009 = 7 \cdot 7 \cdot 41 \Rightarrow n = 7; 41; 49$

1) $n = 7 \Rightarrow$ втория множител е 287 (n се повтаря 287 пъти)

2) $n = 41 \Rightarrow$ втория множител е 49 (n се повтаря 49 пъти)

3) $n = 49 \Rightarrow$ втория множител е 41 (n се повтаря 41 пъти)

Първа минута:	n			$\rightarrow$ 1 път
Втора минута:	$2n$ и $3n$			$\rightarrow$ 5 пъти
Трета минути:	$2n$ и $3n$	или	$2 \cdot 2n$ и $3 \cdot 2n$	или $2 \cdot 3n$ и $3 \cdot 3n$
	$\rightarrow$ 5 пъти	или	10 пъти	или 15 пъти

На всяка минута на дъската се появяват две числа, чиито сбор е равен на 5, защото числата са $2m$ и $3m$, а $2m + 3m = 5m$

$\Rightarrow$ Множителя, показващ повтаряемостта на n , е равен на $5 \cdot k + 1$ (+1, заради първоначалното число, вписано в първата минута). Множител отговарящ на тези условия е единствено 41 $\Rightarrow n = 49$

Отговор: Възможно е. Първоначалното число, n , е 49.