

Примерна задача за най-голяма и най-малка стойност на функция

20 юли 2009 г.

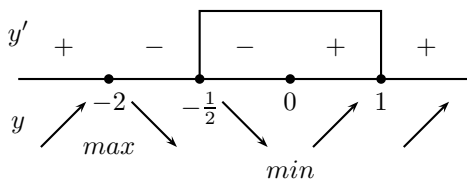
Задача: Да се намерят най-голямата и най-малката стойности на функцията

$$f(x) = \frac{x^2}{x+1} \quad \text{при} \quad x \in \left[-\frac{1}{2}, 1\right]$$

Решение: Първата производна на функцията е

$$f'(x) = \frac{2x(x+1) - x^2}{(x+1)^2} = \frac{x(x+2)}{(x+1)^2}$$

Решава се уравнението $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0$ или $x = -2$. Изследва се знакът на първата производна:



Определят се локалните екстремуми:

$$f_{\max}(-2) = -4, \quad , \quad f_{\min}(0) = 0.$$

Определят се стойностите на функцията в краищата на интервала $[-\frac{1}{2}, 1]$:

$$f(-1/2) = 1/2 \quad , \quad f(1) = 1/2.$$

Сравняват се стойностите и се намират НГС и НМС:

$$f_{\text{НГС}} = \max \left\{ f\left(-\frac{1}{2}\right), f(1) \right\} = \frac{1}{2} \quad , \quad f_{\text{НМС}} = f_{\max}(0) = 0.$$