

Писмен конкурсен изпит по математика за Русенски
Университет «Ангел Кънчев»

16 юли 2009 г.

Първа част. Избираеми отговори

Задача 1. Изразът

$$\sqrt{\frac{4}{\frac{1}{2} - \frac{1}{3}}} - 2\sqrt{6}$$

е равен на:

- А) -1 ; Б) 0 ; В) $\sqrt{\frac{1}{2}} - \sqrt{\frac{1}{3}}$; Г) $\frac{2}{\sqrt{6}}$.

Задача 2. Числото $\sqrt{5^{16}}$ е равно на:

- А) $(\sqrt{5^4})^2$; Б) 5^{32} ; В) 25^4 ; Г) 5^4 .

Задача 3. Решенията на неравенството

$$x^2(x^2 + 4)(x + 3) \leq 0$$

са:

- А) $[-3, 3]$; Б) $[1, 3]$; В) $(-\infty, -3] \cup \{0\}$; Г) $[3, +\infty)$.

Задача 4. Решението на уравнението

$$\sqrt{2x-1} \cdot \sqrt{5x-15} = 2(1-2x)$$

е:

- А) $\frac{1}{2}$; Б) 2 ; В) $\frac{9}{2}$; Г) $x \in \emptyset$.

Задача 5. Решенията на неравенството

$$\frac{2x+3}{2x^2+1} \leq \frac{1}{x-2}$$

са:

- А) $[-8, 3]$; Б) $[-7, 2)$; В) $(-\infty, -8) \cup [3, +\infty)$; Г) $(-\infty, -7] \cup (2, +\infty)$.

Задача 6. Решенията на уравнението

$$9^x - 7 \cdot 3^x - 18 = 0$$

са:

- А) $x_1 = 2$; Б) $x_1 = 2$ и $x_2 = -2$; В) $x_1 = 9$ и $x_2 = -2$; Г) $x_1 = 0$ и $x_2 = 2$.

Задача 7. Аритметичната прогресия a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 е такава, че $a_3 = -2$. Сумата $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5$ е:

- А) невъзможно да се определи; Б) 8 ; В) -8 ; Г) -10 .

Задача 8. Точката G е вътрешна за триъгълник ABC , а A_1B_1 ($A_1 \in AC, B_1 \in BC$) и A_2B_2 ($A_2 \in AG, B_2 \in BG$) са средни отсечки съответно за $\triangle ABC$ и $\triangle ABG$.

Вярното твърдение е:

- А) $A_1B_1 = A_2B_2$; Б) $A_1B_1 = 2A_2B_2$; В) $A_1B_1 = \frac{1}{3}A_2B_2$; Г) $A_1B_1 = \frac{3}{2}A_2B_2$.

Задача 9. Радиусът на описаната около триъгълник ABC окръжност, в който $AB = 16$ см, а $\cos \angle ACB = \frac{3}{5}$, е:

- А) 8 см; Б) 10 см; В) 12 см; Г) 9 см.

Задача 10. От 20 изделия 15% са дефектни. Вероятността сред 4 случайно избрани изделия точно 1 да е дефектно е:

- А) $\frac{8}{19}$; Б) $\frac{8}{95}$; В) $\frac{4}{95}$; Г) $\frac{4}{19}$.

Втора част. Свободни отговори

Задача 11. Кои са общите точки на графиките на функциите

$$f(x) = 4x^2 + \cos 2x$$

и

$$g(x) = (2x - 1)^2 - 2 \sin^2 x ?$$

Задача 12. Да се реши неравенството

$$\log_{\frac{1}{3}}(3x^2 - 16x + 6) < 0.$$

Задача 13. Да се намерят решенията на уравнението

$$\cos 2x - 3 \cos x - 1 = 0$$

в интервала $\left[\frac{\pi}{2}, \pi\right]$.

Задача 14. В равнобедрен трапец с ъгъл при основата 60° е вписана окръжност с радиус $r = 3$. Да се намери лицето на трапеца.

Трета част. Задача с пълно решение

Задача 15. В триъгълник ABC две от страните са $AC = 8$ см и $BC = 12$ см, а ъглите $\angle ABC$ и $\angle BAC$ се отнасят както 1:2. Да се намери страната AB .