

Общински кръг на LVIII Републиканска олимпиада по математика
15 март 2009 година – София

6. клас

1. Пресметнете стойността на израза $A = \frac{|a-x|}{5} - \frac{|-a+2x|}{2}$, където

$$a = \frac{-5:\left(-\frac{1}{7}\right) + 2,1:(-0,3)}{5:\left(-\frac{1}{3}\right) - 2:(-0,25)}, \text{ а } x \text{ е числото, за което е вярно}$$

$$\text{равенството } -3\frac{1}{3} \cdot 1,2 - x = 15\frac{3}{4} - 17,25.$$

7 точки

2. а) Опростете израза $B = \frac{(2a)^3 \cdot (a^{-3})^2}{a^{-5}}$ и намерете стойността му при $a = -0,1$.

3 точки

- б) Намерете числото n , за което е вярно равенството

$$\left(\frac{2}{7}\right)^{n-4} \cdot \left(\frac{7}{2}\right)^{-n} = \frac{2 \cdot 7^2 \cdot 2^9}{14^4 \cdot 7^4}.$$

4 точки

3. Основата на права четириъгълна призма е успоредник със страни a и b и височини към тях $h_a = 4$ cm и $h_b = 6$ cm.

- а) Намерете обема на призмата, ако $b = 5$ cm и лицето на околната ѝ повърхнина е равно на 175 cm².

4 точки

- б) Намерете лицето на околната повърхнина на призмата, ако обемът ѝ е равен на 180 cm³.

3 точки

Общински кръг на LVIII Републиканска олимпиада по математика
15 март 2009 година – София

7. клас

1. Дадени са изразите

$$M = (a+b-1)^2 - 2 + 2a + 2b \text{ и } N = a^2 - b^2 - a + b.$$

- а) Намерете стойностите на изразите M и N , ако a е равно на корена на уравнението $x(x+2)^2 - (x+1)^3 - \left(\frac{1}{2} + x\right)\left(x - \frac{1}{2}\right) + \frac{3}{4} = 0$, а b е най-малкото число, за което е изпълнено равенството

$$2|b-3| + 4|b-3| = 24.$$

4 точки

- б) Разложете на множители изразите M , N и $M - N$.

3 точки

2. За четириъгълника $ABCD$ е дадено, че $BC = CD$, $\angle ABD = 30^\circ$ и $\angle ADC = 2\angle ABC$. Симетралата на диагонала BD пресича страната AB в точка M .

- а) Докажете, че DM е симетрала на диагонала AC ;

4 точки

- б) Намерете дължината на диагонала AC , ако той дели BD на отсечки с дължини 5 cm и 7 cm.

3 точки

3. Скоростта на течението на една река е 3 km/h. В 8 ч 45 мин от пристанище A за пристанище B по течението на реката тръгнал сал, а 20 мин по-късно от B за A тръгнала лодка, която се движела със скорост 12 km/h. При срещата им се оказало, че лодката е изминала три пъти по-голямо разстояние от сала.

- а) Намерете разстоянието между двете пристанища и в колко часа лодката и сала са се срещнали.

4 точки

- б) Ако след срещата лодката пристигнала в A , направила почивка от 20 мин и отпътувала обратно за B , намерете в колко часа и на какво разстояние от B , тя е настигнала сала.

3 точки