

Общински кръг на LVIII Републиканска олимпиада по математика
15 март 2009 година – София

8. клас

1. а) Числото -1 е корен на уравнението $4a^2x^2 + 4x + 4a + 5 = 0$,
където a е параметър. Намерете другия корен на уравнението.

3 точки

б) Ако x_1 и x_2 са корените на уравнението $x^2 - 6x - 11 = 0$,
намерете стойността на израза $\sqrt{11 + 6x_1} + \sqrt{11 + 6x_2}$.

4 точки

2. Даден е трапецът $ABCD$ ($AB \parallel CD$), за който $AB = 2CD$. Точка M е
средата на AB , а точка F е такава, че $\overrightarrow{MF} = 2\overrightarrow{AD}$.

а) Докажете, че точка C е медицентърът на $\triangle BDF$;

3 точки

б) Ако точка N е средата на отсечката BF и лицето на триъгълника
 DNF е 20 cm^2 , намерете лицето на трапеца $ABCD$.

4 точки

3. Даден е изразът $A = \left(\frac{a}{b} - \frac{b-c}{a} + \frac{ac}{b^2 - bc} \right) : \left(\frac{a}{b-c} + \frac{b-c}{a} - 2 \right)$.

а) Докажете, че $A = \frac{a+b-c}{a+c-b}$ за всички допустими стойности на
променливите;

4 точки

б) Намерете стойността на A , ако $a = \sqrt{3 \cdot (-7)^2}$, $b = \sqrt{48}$ и
 $c = \sqrt{3^5}$.

3 точки

Общински кръг на LVIII Републиканска олимпиада по математика
15 март 2009 година – София

8. клас

1. а) Числото -1 е корен на уравнението $4a^2x^2 + 4x + 4a + 5 = 0$,
където a е параметър. Намерете другия корен на уравнението.

3 точки

б) Ако x_1 и x_2 са корените на уравнението $x^2 - 6x - 11 = 0$,
намерете стойността на израза $\sqrt{11 + 6x_1} + \sqrt{11 + 6x_2}$.

4 точки

2. Даден е трапецът $ABCD$ ($AB \parallel CD$), за който $AB = 2CD$. Точка M е
средата на AB , а точка F е такава, че $\overrightarrow{MF} = 2\overrightarrow{AD}$.

а) Докажете, че точка C е медицентърът на $\triangle BDF$;

3 точки

б) Ако точка N е средата на отсечката BF и лицето на триъгълника
 DNF е 20 cm^2 , намерете лицето на трапеца $ABCD$.

4 точки

3. Даден е изразът $A = \left(\frac{a}{b} - \frac{b-c}{a} + \frac{ac}{b^2 - bc} \right) : \left(\frac{a}{b-c} + \frac{b-c}{a} - 2 \right)$.

а) Докажете, че $A = \frac{a+b-c}{a+c-b}$ за всички допустими стойности на
променливите;

4 точки

б) Намерете стойността на A , ако $a = \sqrt{3 \cdot (-7)^2}$, $b = \sqrt{48}$ и
 $c = \sqrt{3^5}$.

3 точки