

**Национален зимен турнир по математика и информатика
“Димо Малешков”, Пловдив, 21 ноември 2008 г.**

Задачи по математика за 8 клас

Задача 8.1. Да се намерят всички двойки естествени числа, чието произведение е с единица по-голямо от сумата им, умножена по 5.

Задача 8.2. Да се докаже, че клетките на таблица 4×4 могат да бъдат оцветени в два цвята така, че да няма едноцветна подтаблица 2×2 . Вярно ли е твърдението за таблица 5×5 ? (Подтаблица 2×2 се наричат четирите клетки, получени при пресичане на кои да са два реда и два стълба.)

Национален зимен турнир по математика и информатика
“Димо Малешков”, Пловдив, 21 ноември 2008 г.

Задачи по математика за 9 клас

Задача 9.1. Да се реши в естествени числа системата
$$\begin{cases} x + y - z = 6 \\ x^2 + y^2 - z^2 = 6 \end{cases}$$

Задача 9.2. Върху страната AB на квадрат $ABCD$ е избрана произволна точка E . Пресечната точка на AC и DE е означена с P , а F и точка върху страната BC , за която $PF \perp DE$. Да се докаже, че $EF = AE + CF$.

Национален зимен турнир по математика и информатика
“Димо Малешков”, Пловдив, 21 ноември 2008 г.

Задачи по математика за 10 клас

Задача 10.1. Даден е равнобедрен правоъгълен $\triangle ABC$, $\sphericalangle C = 90^\circ$, с катети 1. Външно за $\triangle ABC$ са построени квадрати $ABLK$, $BCNM$ и $CAQP$. Да се намерят лицето и периметъра на шестоъгълника $KLMNPQ$.

Задача 10.2. Да се реши в естествени числа уравнението

$$x^4 + 4x^3 + 3x^2 + 2x = 11 \cdot 3^y + 1.$$

Национален зимен турнир по математика и информатика
“Димо Малешков”, Пловдив, 21 ноември 2008 г.

Задачи по математика за 11 клас

Задача 11.1. Да се докаже, че ако за ъглите на триъгълник α, β и γ е изпълнено равенството $\sin 3\alpha + \sin 3\beta + \sin 3\gamma = 0$, то един от тези ъгли е равен на 60° .

Задача 11.2. Да се намерят всички функции $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ такива, че

$$f(1-x) + 2f(1+x) = x^3 + x - 3$$

за всяко $x \in \mathbb{R}$ ($\mathbb{R}$ е множеството от реалните числа).

Национален зимен турнир по математика и информатика
“Димо Малешков”, Пловдив, 21 ноември 2008 г.

Задачи по математика за 12 клас

Задача 12.1 Точките I и O са съответно център на вписаната и описаната окръжност за триъгълник ABC . Ако $\angle AIO = 90^\circ$ и $\angle CIO = 45^\circ$, да се намери отношението $AB : BC : CA$.

Задача 12.2 Иван си намислил две различни цели числа в интервала $[1, 2008]$. За един въпрос Петър може да разбере колко от числата на Иван са в интервала $[1, t]$, където t е някакво избрано от него число. Да се докаже, че с 21 въпроса Петър може да познае числата на Иван.