



СОФИЙСКИ УНИВЕРСИТЕТ „СВ. КЛИМЕНТ ОХРИДСКИ“
ПИСМЕН КОНКУРСЕН ИЗПИТ ПО МАТЕМАТИКА I

16 март 2014 г.

ТЕМА №3.

Задача 1. Даден е успоредник $ABCD$ с остър ъгъл $\alpha = 45^\circ$ и диагонали $AC = 9$ и $BD = 7$. Да се намери лицето S на успоредника и синусът на ъгъла φ между диагоналите му.

Задача 2. Третият член на аритметична прогресия е равен на 6, а вторият, четвъртият и осмият ѝ членове са различни и в този ред образуват геометрична прогресия. Да се намерят първият член и разликата на прогресията.

Задача 3. Нека $a = \log_2 5$. Да се изрази чрез a числото $A = \log_{\frac{1}{125}} \frac{1}{50}$.

Задача 4. Даден е равнобедрен триъгълник ABC със страна $AC = 30$ и ъгъл $\sphericalangle ACB = 120^\circ$. Точката M лежи върху страната AB и е такава, че $AM : MB = 1 : 2$. Да се докаже, че $MC \perp BC$ и да се намери дължината на отсечката CM .

Задача 5. Да се реши уравнението:

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 2} + \sqrt{x^2 - 5x + 6} = \sqrt{x^2 - 4}.$$

Задача 6. Даден е четириъгълник $ABCD$ със страни $AB = 7$, $BC = 3$, $AD = 8$ и диагонали $AC = 8$ и $BD = 5$. Да се докаже, че четириъгълникът е вписан в окръжност и да се намерят дължините на нейния радиус R и на страната CD .

Задача 7. Няколко бивши съученици отишли на ресторант. Всеки от тях се поздравил с всеки от останалите чрез ръкостискане, като броят на еднopolовите ръкостискания бил 21, а броят на разнополовите – 24. Когато прозвучала любимата им мелодия, съучениците формирали помежду си възможно най-голям брой танцови двойки (мъж и жена), а другите останали по местата си. Колко двойки са танцували и колко от съучениците са седели по местата си по време на тази мелодия?

Задача 8. Даден е изразът $f(x) = ax^2 + bx + c$, където коефициентите a , b и c са реални параметри, за които е изпълнено $a - b + c = 2014$. Да се намери знакът на c при условие, че уравнението $f(x) = 0$ няма реални корени. Какъв е знакът на a при същото условие?

Време за работа 4 часа.

Драги кандидат-студенти,

- номерирайте всички страници на беловата си;
- означавайте ясно началото и края на решението на всяка отделна задача;
- решението на всяка задача трябва да започва на нова страница;
- не смесвайте белова и чернова;
- черновата не се проверява и не се оценява.

Изпитната комисия ви пожелава успешна работа!